

Вариант № 2321343

1. Чему равна сумма чисел 57_8 и 46_{16} ?

- 1) 1010101_2
- 2) 125_8
- 3) $A3_{16}$
- 4) 75_{16}

Пояснение.

Переведем числа в десятичную систему счисления, и сложим их: $57_8 = 47_{10}$, $46_{16} = 70_{10}$, $70_{10} + 47_{10} = 117_{10}$.

Переведем полученное число в шестнадцатеричную систему счисления: $117_{10} = 7 \cdot 16 + 5 = 75_{16}$.

Ответ: 4.

2. Логическая функция F задается выражением:

$$(\neg x \wedge y \wedge z) \vee (\neg x \wedge \neg y \wedge z) \vee (\neg x \wedge \neg y \wedge \neg z).$$

На рисунке приведён фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий все наборы аргументов, при которых функция F истинна.

Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x , y , z .

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Функция
???	???	???	F
0	0	0	1
1	0	0	1
1	0	1	1

В ответе напишите буквы x , y , z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая первому столбцу, затем – буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.) Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и таблица истинности:

Перем. 1	Перем. 2	Функция
???	???	F
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Тогда 1-му столбцу соответствует переменная y , а 2-му столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

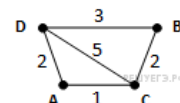
Пояснение.

Рассмотрим данное выражение. Оно равно единице в трех случаях: $(\neg x \wedge y \wedge z) = 1$, $(\neg x \wedge \neg y \wedge z) = 1$ или $(\neg x \wedge \neg y \wedge \neg z) = 1$. Каждое из этих равенств выполняется только при одном наборе переменных. Первое: $x = 0$, $y = 1$, $z = 1$. Второе: $x = 0$, $y = 0$, $z = 1$. Третье: $x = y = z = 0$. Так, из второго значения функции видим, что переменная 1 — z . А из третьего, что переменная 2 — x , тогда переменная 3 — y .

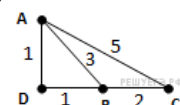
Ответ: zxy .

3. В таблице приведена стоимость перевозки пассажиров между соседними населенными пунктами. Укажите схему, соответствующую таблице.

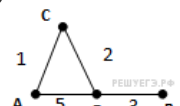
	A	B	C	D
A			1	2
B			2	3
C	1	2		5
D	2	3	5	



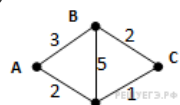
1)



2)



3)



4)

Пояснение.

$AC = 1$, $AD = 2$.

$BC = 2$, $BD = 3$.

$CD = 5$.

Рисунок 1 подходит.

Рисунок 2 - $AC = 5$, что не сходится с условием.

Рисунок 3 - $AD = 5$, что не сходится с условием.

Рисунок 4 - из B должны выходить только 2 отрезка, здесь их три.

Правильный ответ указан под номером 1.

4. В фрагменте базы данных представлены сведения о родственных отношениях. На основании приведённых данных определите, сколько всего внуков и внучек есть у Карпец Д. К.

Таблица 1			Таблица 2	
ID	Фамилия_И.О.	Пол	ID_Родителя	ID_Ребенка
866	Карпец Д.К.	Ж	866	911
867	Коротич Б.Ф.	М	866	938
879	Лемешко В.А.	Ж	867	911

885 900	Месхи К.Г. Сердюк Л.А.	М Ж	867 911	938 879
904	Петрик А.И.	М	911	1041
911	Коротич А.Б.	Ж	904	900
932	Петрик П.А.	Ж	938	995
938	Коротич И.Б.	М	938	1017
949	Фоменко Г.Р.	Ж	949	995
970	Сердюк А.П.	М	949	1017
995	Кортич Т.И.	Ж	970	879
1017	Кортич П.И.	М	970	1041
1026	Мухина Р.Г.	Ж	904	932
1041	Гейко М.А.	Ж	1026	900
1056	Сердюк П.А.	М	1026	932

Пояснение.

Из первой таблицы определяем, что id Карпец Д. К. — 866.

Из второй определяем, что такому id соответствуют id 911 и 938.

Из второй определяем, что id 911 соответствуют id 879 и 1041, а id 938 — 995 и 1017.

Итого, у Карпец Д. К. 4 внука с id 879, 1041, 995 и 1017. Правильный ответ — 4.

5. Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г и Д, используется неравномерный двоичный код, позволяющий однозначно декодировать полученную двоичную последовательность. Вот этот код: А – 00, Б – 01, В – 100, Г – 101, Д – 110. Можно ли сократить для одной из букв длину кодового слова так, чтобы код по-прежнему можно было декодировать однозначно? Коды остальных букв меняться не должны. Выберите правильный вариант ответа.

- 1) для буквы Д – 11
- 2) это невозможно
- 3) для буквы Г – 10
- 4) для буквы Д – 10

Пояснение.

Мы видим, что выполняется условие Фано: никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова, поэтому однозначно можем раскодировать сообщение с начала.

Чтобы сократить код одной буквы, необходимо выполнение условия Фано в новом коде.

Вариант 3 не подходит, потому что 10 является началом кода 100.

Вариант 4 не подходит, потому что код 10 является началом кода 100 и 101.

Вариант 1 подходит, так как не нарушает условия Фано.

Правильный ответ указан под номером 1.

6. Митя пригласил своего друга Васю в гости, но не сказал ему код от цифрового замка своего подъезда, а послал следующее сообщение: «В последовательности 4, 1, 8, 2, 6 все числа больше 3 разделить на 2, а затем удалить из полученной последовательности все чётные цифры». Выполнив указанные в сообщении действия, Вася получил следующий код для цифрового замка:

- 1) 1, 3
- 2) 1, 1, 3
- 3) 1, 3, 1
- 4) 3, 1, 1

Пояснение.

Последовательно выполним все действия :

Из 4 1 8 2 6 получим 2 1 4 2 3.

Из 2 1 4 2 3 получим 1 3.

7. В ячейки диапазона A1:F6 электронной таблицы записаны числа, как показано на рисунке.

	A	B	C	D	E	F
1	3	2	1	0	4	6
2	5	4	1	10	100	1000
3	11	23	2	20	200	2000
4	10	16	3	30	300	3000
5	20	30	4	40	400	4000
6	50	40	5	50	500	5000

В ячейке D3 записали формулу =D\$1+\$A3. После этого ячейку D3 скопировали в ячейку E6. Какое число будет показано в ячейке E6?

Примечание: знак \$ используется для обозначения абсолютной адресации.

Пояснение.

Формулу перенесли на 3 строки вниз и на 1 столбец влево. Значит, в формуле все строки также сдвинуты на 3 вниз, а столбцы на 1 вправо. Кроме тех, что обозначены знаком \$. После копирования формулы из ячейки D3 в ячейку E6 получится формула =E\$1 + \$A6 = 4 + 50 = 54.

8. Определите, что будет напечатано в результате работы следующего фрагмента программы:

```
var k, s: integer;
begin
  s:=0;
  k:=0;
  while s < 100 do begin
    s:=s+k;
    k:=k+4;
  end;
  write(k);
end.
```

Пояснение.

Цикл while выполняется до тех пор, пока истинно условие $s < 100$, т. е. переменная s определяет, сколько раз выполнится цикл.

Значение s есть сумма первых n членов арифметической прогрессии. $b = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2}n$, b — сумма первых n членов прогрессии, d — разность прогрессии, n — количество членов.

Цикл прервется, когда $s = \frac{2s_1 + (n-1)d}{2}n < 100$.

Найдем n : $s = (2s_1 + (n-1)d)n < 200$, $s_1 = 0$, $d = 4$ (т. к. $k:=k+4$). Чтобы решить это неравенство, нам необходимо решить квадратное уравнение: $n^2 - n - 50 = 0$. Среди его корней нас интересуют только положительные, следовательно, $n = 7,5$

Воспользовавшись методом интервалов, находим, что первое натуральное n , при котором нарушается условие, есть $n = 8$.

Учитывая порядок операций в цикле, выясняем, что, до того как прерваться, цикл выполнится еще раз, следовательно, $n = 9$.

Подставив известные параметры в $k_n = k_1 + (n-1)d$, получаем, что $k_9 = 32$.

9. Производится четырёхканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 32 кГц и 24-битным разрешением. Запись длится 1 минуту, её результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Какая из приведённых ниже величин наиболее близка к размеру полученного файла?

- 1) 14 Мбайт
- 2) 22 Мбайт
- 3) 59 Мбайт
- 4) 105 Мбайт

Пояснение.

Так как частота дискретизации 32 кГц, то за одну секунду запоминается 32 000 значений сигнала.

Глубина кодирования 24 бита, т. е. 3 байта. Т. к. запись четырёхканальная, объём памяти, необходимый для хранения данных одного канала, умножается на 4. Чтобы найти размер полученного файла, необходимо умножить время, в течение которого проводилась запись на глубину кодирования и на частоту дискретизации:

$$60 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 32\,000 = 23\,040\,000 \text{ байт} = 21,9 \text{ Мбайт.}$$

Правильный ответ указан под номером 2.

10. Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О, У, записаны в обратном алфавитном порядке. Вот начало списка:

1. УУУУУ
2. УУУУО
3. УУУУА
4. УУУОУ

.....

Запишите слово, которое стоит на 240-м месте от начала списка.

Пояснение.

Всего из трёх букв можно составить $3^5 = 243$ слова. Выпишем обратный порядок букв У, О, А. Очевидно, что последнее слово ААААА. Тогда слово с номером 242 запишется как ААААО, 241 — ААААУ, 240 — АААОА.

Ответ: АААОА.

11. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n + 1$ при $n \leq 2$;
 $F(n) = 2 \cdot F(n-1) + F(n-2)$ при $n > 2$.

Чему равно значение функции $F(4)$? В ответе запишите только натуральное число.

Пояснение.

Последовательно находим:

$F(1) = 2$;
 $F(2) = 3$;
 $F(3) = 6 + 2 = 8$;
 $F(4) = 16 + 3 = 19$;

Таким образом, ответ $F(4) = 19$.

12. В терминологии сетей TCP/IP маской сети называется 32-разрядная двоичная последовательность, определяющая, какая часть IP-адреса узла сети относится к адресу сети, а какая — к адресу самого узла в этой сети. При этом в маске сначала (в старших разрядах) стоят единицы, а затем с некоторого места нули.

Адрес сети получается в результате применения поразрядной конъюнкции к заданному IP-адресу узла и маске. Обычно маска записывается по тем же правилам, что и IP-адрес — в виде четырёх байтов, причём каждый байт записывается в виде десятичного числа.

Пример. Пусть IP-адрес узла равен 231.32.255.131, а маска равна 255.255.240.0. Тогда адрес сети равен 231.32.240.0.

Для узла с IP-адресом 235.116.177.140 адрес сети равен 235.116.160.0. Чему равен третий слева байт маски? Ответ запишите в виде десятичного числа.

Пояснение.

$177_{10} = 10110001_2$
 $160_{10} = 10100000_2$

Заметим, что в третьем слева бите маски должна стоять единица, а в четвёртом слева бите — ноль. И так как в маске сначала идут одни единицы, а затем одни нули, получаем $11100000_2 = 224_{10}$

13. Выбор режима работы в некотором устройстве осуществляется установкой ручек двух тумблеров, каждая из которых может находиться в одном из пяти положений. При этом крайнее нижнее одновременное положение обеих ручек соответствует отключению устройства. Сколько различных режимов работы может иметь устройство? Выключенное состояние режимом работы не считать.

Пояснение.

Представим, что одно положение есть один символ, а т. к. тумблеров 2, то из этих символов надо составить 2-буквенное слово.

Имеется 5 различных положений, значит, 5 символов. Из $M = 5$ различных символов можно составить $Q = M^N$ слов длиной $N = 2$, т. е. $5^2 = 25$ слов. Учтём, что одно слово нам не подходит, потому что оно выключает прибор.

Поэтому окончательно имеем $25 - 1 = 24$ режима работы.

14. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

А) **заменить** (v, w).

Эта команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Например, выполнение команды

заменить (555, 63)

преобразует строку 12555550 в строку 1263550.

Если в строке нет вхождений цепочки v , то выполнение команды **заменить** (v, w) не меняет эту строку.

Б) **нашлось** (v).

Эта команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Строка исполнителя при этом не изменяется.

Цикл

ПОКА *условие*

последовательность команд

КОНЕЦ ПОКА

выполняется, пока условие истинно.

В конструкции

ЕСЛИ *условие*

ТО *команда1*

ИНАЧЕ *команда2*

КОНЕЦ ЕСЛИ

выполняется *команда1* (если условие истинно) или *команда2* (если условие ложно).

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 1000 идущих подряд цифр 8? В ответе запишите полученную строку.

НАЧАЛО

ПОКА **нашлось** (999) ИЛИ **нашлось** (888)

ЕСЛИ **нашлось** (888)

ТО **заменить** (888, 9)

ИНАЧЕ **заменить** (999, 8)

КОНЕЦ ЕСЛИ

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

Пояснение.

Данный алгоритм сначала заменит все триады из восьмёрок на девятки. Заметим, что 1000 восьмёрок образуют 333 триады и остаётся ещё одна восьмёрка. То есть получится 333 девятки и одна восьмёрка.

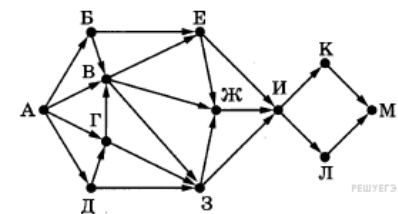
Затем алгоритм заменит 9 первых девяток на три восьмёрки, а затем заменит эти три восьмёрки обратно на одну девятку. То есть, девять подряд идущих девяток заменяются на одну.

Так как 333 девятки образуют 37 групп по 9 девяток, получим 37 девяток. Снова заменятся ещё четыре группы из 9 девяток, итого осталось 5 девяток и одна восьмёрка. Три первых девятки будут заменены на одну восьмёрку, и останется строка 8998.

Ответ: 8998.

15. На рисунке представлена схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К, Л, М. П каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.

Сколько существует различных путей из города А в город М, проходящих через город Л, но не проходящих через город Е?

**Пояснение.**

Количество путей до города X = количество путей добраться в любой из тех городов, из которых есть дорога в X.

При этом если путь должен не проходить через какой-то город, нужно просто не учитывать этот город при подсчёте сумм. А если город наоборот обязательно должен лежать на пути, тогда для городов, в которые из нужного города идут дороги, в суммах нужно брать только этот город.

С помощью этого наблюдения посчитаем последовательно количество путей до каждого из городов:

$$A = 1$$

$$B = A = 1$$

$$D = A = 1$$

$$G = A + D = 1 + 1 = 2$$

$$V = A + B + G = 1 + 1 + 2 = 4$$

$$E = B + V = 1 + 4 = 5$$

$$Z = V + G + D = 4 + 2 + 1 = 7$$

$$Zh = V + Z = 4 + 7 = 11$$

$$I = Zh + Z = 11 + 7 = 18$$

$$K = I = 18$$

$$L = I = 18$$

$$M = L = 18$$

16. Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения: $8^{2020} + 4^{2017} + 26 - 1$?

Пояснение.

Преобразуем немного выражение, получим:

$$2^{6060} + 2^{4034} + 25$$

$$2^{6060} = 100..(\text{всего } 6060 \text{ нулей})..00_2$$

$$2^{4034} = 100..(\text{всего } 4034 \text{ нулей})..00_2$$

$$25_{10} = 11001_2$$

В двоичной записи результат будет выглядеть так:

$$100..(\text{всего } 2025 \text{ нулей})..00100..(\text{всего } 4029 \text{ нулей})..0011001$$

Всего 5 единиц.

17. В таблице приведены запросы и количество страниц, которые нашел поисковый сервер по этим запросам в некотором сегменте Интернета:

Запрос	Количество страниц (тыс.)
пирожное выпечка	14200
пирожное	9700
пирожное & выпечка	5100

Сколько страниц (**в тысячах**) будет найдено по запросу
выпечка

Пояснение.

По формуле включений и исключений имеем:

$$m(\text{пирожное} \mid \text{выпечка}) = m(\text{пирожное}) + m(\text{выпечка}) - m(\text{пирожное} \& \text{ выпечка}) = 9700 + m(\text{выпечка}) - 5100 = 14200. \Rightarrow m(\text{выпечка}) = 9600.$$

18. Для какого из приведённых чисел X истинно логическое условие: $\neg((X \text{ кратно } 3) \rightarrow (X \text{ кратно } 9))$?

- 1) 7
- 2) 15
- 3) 18
- 4) 27

Пояснение.

Для того, чтобы логическое условие было верным, импликация внутри него должна возвращать ноль. Импликация возвращает ноль, только если из правдивого утверждения следует ложное. То есть, искомый X должен быть кратным 3, но не кратным 9.

Из предложенных вариантов ответа этому условию удовлетворяет ответ под номером 2.

19. В программе описан одномерный целочисленный массив A с индексами от 0 до 10. Ниже представлен фрагмент этой программы, записанный на разных языках программирования, в котором значения элементов массива сначала задаются, а затем меняются.

Бейсик	Паскаль
FOR i=0 TO 10 A(i)=i-1 NEXT i	for i:=0 to 10 do A[i]:=i-1;

FOR i=1 TO 10 A(i-1)=A(i) NEXT i A(10)=10	for i:=1 to 10 do A[i-1]:=A[i]; A[10]:=10;
Си	Алгоритмический язык
for (i = 0; i <= 10; i++) A[i]=i-1; for (i = 1; i <= 10; i++) A[i-1]=A[i]; A[10]=10;	нц для i от 0 до 10 A[i]:=i-1 кц нц для i от 1 до 10 A[i-1]:=A[i] кц A[10]:=10

Как изменятся элементы этого массива после выполнения фрагмента программы?

- 1) все элементы, кроме последнего, окажутся равны между собой
- 2) все элементы окажутся равны своим индексам
- 3) все элементы, кроме последнего, будут сдвинуты на один элемент вправо
- 4) все элементы, кроме последнего, уменьшатся на единицу

Пояснение.

После первого цикла элементы массива примут значения -1, 0, 1...9

Второй цикл сдвигает элементы налево:

$$i=1, A[0]:=A[1] = 0$$

$$i=2, A[1]:=A[2] = 1,$$

...

$$i=10, A[9] = 9.$$

Учитывая, что $A[10]:=10$, то все элементы окажутся равны своим индексам.

Правильный ответ указан под номером 2.

20. Ниже на пяти языках программирования записан алгоритм. Получив на вход число x , этот алгоритм печатает число M . Известно, что $x > 100$. Укажите наименьшее такое (т. е. большее 100) число x , при вводе которого алгоритм печатает 30.

Бейсик	Python
DIM X, L, M AS INTEGER INPUT X L = X - 30 M = X + 30 WHILE L <> M IF L > M THEN L = L - M ELSE M = M - L END IF WEND PRINT M	x = int(input()) L = x-30 M = x+30 while L != M: if L > M: L = L - M else: M = M - L print(M)
Паскаль	Алгоритмический язык
	алг

var x, L, M: integer; begin readln(x); L := x-30; M := x+30; while L <> M do if L > M then L := L - M else M := M - L; writeln(M); end.	нач цел x, L, M ввод x L := x-30 M := x+30 нц пока L <> M если L > M то L := L - M иначе M := M - L все кц вывод M кон
Си	
<pre>#include int main() { int x, L, M; scanf("%d", &x); L = x-30; M = x+30; while (L != M){ if(L > M) L = L - M; else M = M - L; } printf("%d", M); return 0; }</pre>	

Пояснение.

В теле цикла числа M и L уменьшаются, пока не станут равными. Чтобы в итоге было напечатано 30, оба числа в какой-то момент должны быть равны 30. Пойдем от конца к началу: на предыдущем шаге одно число было 30, а другое $30 + 30 = 60$. Еще на шаг раньше $60 + 30 = 90$ и 30. До того $90 + 30 = 120$ и 90. То есть наименьшее возможное число 120.

Ответ: 120.

21. Напишите в ответе число, которое будет напечатано в результате выполнения следующего алгоритма (для Вашего удобства алгоритм представлен на четырёх языках).

Бейсик	Паскаль
DIM A, B, T, M, R AS INTEGER A = -13: B = 13 M = A: R=F(A)	<pre>var a,b,t,M,R :integer; Function F(x:integer):integer; begin F := (x*x-25)*(x*x-25)+25 end; begin a := -13;</pre>

<pre>FOR T = A TO B IF F(T) < R THEN M = T R = F (T) END IF NEXT T PRINT M+20 FUNCTION F(x) F = (x*x-25)*(x*x-25)+25 END FUNCTION</pre>	<pre>b := 13; M := a; R := F(a); for t := a to b do begin if (F(t) < R) then begin M := t; R := F(t) end end; write(M+20) end.</pre>
Си	Алгоритмический
<pre>#include <stdio.h> int F(int x) { return (x*x-25)*(x*x-25) +25; } void main() { int a, b, t, M, R; a = -13; b = 13; M = a; R = F (a); for (t = a; t <= b; t++) { if (F(t) < R) { M = t; R = F(t); } } printf("%d", M+20); }</pre>	<pre>алг нач цел a, b, t, M, R a := -13; b := 13 M := a; R := F(a) нц для t от a до b если F(t) < R то M := t; R := F(t) все кц вывод M+20 кон алг цел P(цел x) нач знач := (x*x-25)*(x*x-25)+25 кон</pre>

Пояснение.

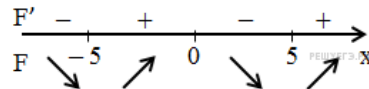
Алгоритм предназначен для поиска наименьшего t , при котором функция $F(t)$ имеет наименьшее значение на отрезке от a до b . Преобразуем функцию:

$$F(x) = (x^2 - 25)(x^2 - 25) + 25 = x^4 - 50x^2 + 650.$$

Вычислим производную функции:

$$F'(x) = 4x^3 - 100x = 4x(x^2 - 25) = 4x(x - 5)(x + 5).$$

Нули производной: $x = 0$, $x = 5$, $x = -5$. Воспользуемся методом интервалов:



Поскольку алгоритм осуществляет поиск наименьшего t , при котором функция $F(t)$ имеет наименьшее значение, переменной M будет присвоено значение -5 . Выполнив последнее действие «write(M+20)», программа выведет на экран число 15.

Ответ: 15.

22. У исполнителя Удвоитель две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 2,
2. прибавь 4.

Первая из них увеличивает на 2 число на экране, вторая увеличивает это число на 4.

Программа для Удвоителя — это последовательность команд. Сколько существует программ, которые число 2 преобразуют в число 22?

Пояснение.

Для сложения справедлив переместительный (коммутативный) закон, значит, порядок команд в программе не имеет значения для результата.

Обе команды увеличивают исходное число, поэтому количество команд не может превосходить $(22 - 2)/2 = 10$. При этом минимальное количество команд — 5 (т. к. $(22 - 2)/4 = 5$).

Таким образом, команд может быть 5, 6, 7, 8, 9 или 10. Как было сказано выше, порядок команд не имеет значения, каждому числу команд соответствует один набор команд, которые можно расположить в любом порядке. Пяти командам соответствует набор 22222 (1 возможный вариант расположения), 6 командам — набор 222211 (здесь получается 15 возможных вариантов расположения: это число перестановок с повторениями $P_6(2,4) = 6!/(2! \cdot 4!)$), 7 командам — 2221111 (35 возможных вариантов расположения), 8 командам — 22111111 (28 возможных вариантов расположения), 9 командам — 211111111 (9 вариантов расположения), 10 командам — 1111111111 (1 вариант расположения). Всего имеем 89 программ.

Ответ: 89.

23. Укажите значения переменных K , L , M , N , при которых логическое выражение

$$(K \rightarrow M) \wedge (K \rightarrow \neg M) \wedge (\neg K \rightarrow (M \wedge \neg L \wedge N))$$

истинно. Ответ запишите в виде строки из четырех символов: значений переменных K , L , M и N (в указанном порядке). Так, например, строка 1101 соответствует тому, что $K=1$, $L=1$, $M=0$, $N=1$.

Пояснение.

Логическое "И" истинно тогда и только тогда, когда истинны оба утверждения.

1) $(K \rightarrow M) = 1$ Применим преобразование импликации: $\neg K \vee M = 1$

2) $(K \rightarrow \neg M) = 1$ Применим преобразование импликации: $\neg K \vee \neg M = 1$

Отсюда следует, что $K = 0$.

3) $(\neg K \rightarrow (M \wedge \neg L \wedge N)) = 1$ Применим преобразование импликации: $K \vee (M \wedge \neg L \wedge N) = 1$ из того что $K = 0$ получаем:

$$M \wedge \neg L \wedge N = 1 \Rightarrow M = 1, L = 0, N = 1.$$

24. Требовалось написать программу, при выполнении которой с клавиатуры считывается натуральное число N , не превосходящее 10^9 , и выводится максимальная цифра этого числа. Программист торопился и написал программу неправильно. (Ниже для Вашего удобства программа представлена на четырёх языках программирования.)

Бэйсик	Паскаль
<pre> DIM N AS LONG INPUT N max_digit = 10 WHILE N >= 10 digit = N MOD 10 IF max_digit < digit THEN max_digit = digit END IF N = N \ 10 WEND PRINT max_digit END </pre>	<pre> var N: longint; digit, max_digit: integer; begin readln(N); max_digit := 10; while N >= 10 do begin digit := N mod 10; if max_digit < digit then max_digit := digit; N := N div 10; end; writeln(max_digit); end. </pre>
Си	Алгоритмический язык
<pre> #include <stdio.h> int main () { long int N; int digit, max_digit; scanf("%ld", &N); max_digit = 10; while (N >= 10) { digit = N % 10; if (max_digit < digit) max_digit = digit; N = N / 10; } printf("%d", max_digit); } </pre>	<pre> алг нач цел N, digit, max_digit ввод N max_digit := 10 нц пока N >= 10 digit := mod(N, 10) если max_digit < digit то max_digit := digit все N := div(N, 10) кц вывод max_digit кон </pre>

Последовательно выполните следующее.

1. Напишите, что выведет эта программа при вводе числа 528.
2. Найдите все ошибки в этой программе (их может быть одна или несколько). Для каждой ошибки:
 - 1) выпишите строку, в которой сделана ошибка;
 - 2) укажите, как исправить ошибку, — приведите правильный вариант строки.

Обратите внимание, что требуется найти ошибки в имеющейся программе, а не написать свою, возможно, использующую другой алгоритм решения. Исправление ошибки должно затрагивать только строку, в которой находится ошибка.

Пояснение.

Решение использует запись программы на Паскале. Допускается использование программы на трёх других языках.

1. Программа выведет число 10.
2. Первая ошибка. Неверное инициализация переменной `max_digit`:

```
max_digit:=10;
```

Исправленная строка:

```
max_digit:=0;
```

Вторая ошибка. Неверное условие выхода из цикла:

```
while N >= 10 do
```

Исправленная строка:

```
while N > 0 do
```

Указания по оцениванию.

Обратите внимание! В задаче требовалось выполнить три действия: указать, что выведет программа при конкретном входном значении, и исправить две ошибки.

Баллы за данное задание начисляются как сумма баллов за верное выполнение каждого действия (ниже указано, какое действие считается выполненным).

1. Верно указано, что именно выведет программа при указанных в условии входных данных.
2. Указана и верно исправлена ошибка инициализации (не обязательно с упоминанием этого термина).
3. Указана и верно исправлена ошибка вывода переменной `digit` вместо `product`.

25. Дан целочисленный массив из 30 элементов. Элементы массива могут принимать значения от -1000 до 1000. Опишите на русском или на одном из языков программирования алгоритм, который позволяет подсчитать и вывести среднее арифметическое тех элементов массива, которые по своему значению меньше последнего элемента этого массива. Гарантируется, что в исходном массиве есть хотя бы один такой элемент. Исходные данные объявлены так, как показано ниже. Запрещается использовать переменные, не описанные ниже, но разрешается не использовать часть из них.

```
Паскаль
Const
N=30;
```

```
Var
A: array [1..N] of integer;
I, x, y: integer;
S: real;
Begin
for i:=1 to N do readln(a[i]);
...
End.
```

В качестве ответа Вам необходимо привести фрагмент программы (или описание алгоритма на естественном языке), который должен находиться на месте многоточия. Вы можете записать решение также на другом языке программирования (укажите название и используемую версию языка программирования, например, Borland Pascal 7.0) или в виде блок-схемы. В этом случае вы должны использовать переменные, аналогичные переменным, используемым в алгоритме, записанном на естественном языке, с учетом синтаксиса и особенностей используемого вами языка программирования.

Пояснение.

```
x:=0;
y:=0;
for i:= 1 to 30 do
if a[i]< a[N] then begin
x:=x+1;
y:=y+a[i];
end;
s:=y/x;
write(s);
```

26. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**добавить в кучу один камень, или
добавить в кучу два камня, или
увеличить количество камней в куче в два раза.**

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11, 12 или 20 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 29. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 30 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 29$.

Говорят, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. Выполните следующие задания.

Задание 1.

а) При каких значениях числа S Петя может выиграть первым ходом? Укажите все такие значения и выигрывающий ход Пети.

б) Укажите такое значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

Задание 2.

Укажите три значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанных значений S опишите выигрышную стратегию Пети.

Задание 3.

Укажите такое значение S , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиг-

рать первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения S опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

Пояснение.

Задание 1.

а) Петя может выиграть, если $S = 15, \dots, 29$. При меньших значениях S за один ход нельзя получить кучу, в которой будет 30 или более камней. Пете достаточно увеличить количество камней в 2 раза.

б) Ваня может выиграть первым ходом (как бы ни играл Петя), если исходно в куче будет $S = 14$ камней. Тогда после первого хода Пети в куче будет 15, 16 или 28 камней. Во всех случаях Ваня увеличивает количество камней в 2 раза и выигрывает в один ход.

Задание 2.

Возможные значения S : 7, 12, 13. В этих случаях Петя, очевидно, не может выиграть первым ходом. Однако он может получить кучу из 14 камней (при $S = 7$ он удваивает количество камней; при $S = 12$ добавляет 2 камня; при $S = 13$ добавляет 1 камень). Эта позиция разобрана в п. 1б. В ней игрок, который будет ходить (в данном случае это Ваня), выиграть не может, а его противник (то есть Петя) следующим ходом выиграет.

Задание 3.

Возможное значение S : 11. После первого хода Пети в куче будет 12 камней, 13 камней или 22 камня. Если в куче станет 22 камня, то Ваня увеличит количество камней в 2 раза и выиграет своим первым ходом. Ситуация, когда в куче 12 или 13 камней, разобрана в п. 2. В этой ситуации игрок, который будет ходить (теперь это Ваня), выигрывает своим вторым ходом. В таблице изображено дерево возможных партий при описанной стратегии Вани. Заключительные позиции (в них выигрывает Ваня) обозначены знаком $>>$. На рисунке это же дерево изображено в графическом виде (оба способа изображения дерева допустимы).

Положения после очередных ходов				
Исходное положение	1-й ход Пети (разобраны все ходы, указана полученная позиция)	1-й ход Вани (только ход по стратегии, указана полученная позиция)	2-й ход Пети (разобраны все ходы, указана полученная позиция)	2-й ход Вани (только ход по стратегии, указана полученная позиция)
11	11 + 1 = 12	12 + 2 = 14	14 + 1 = 15	15 * 2 = 30 >>
			14 + 2 = 16	16 * 2 = 32 >>
			14 * 2 = 28	28 * 2 = 56 >>
	11 + 2 = 13	13 + 1 = 14	14 + 1 = 15	15 * 2 = 30 >>
			14 + 2 = 16	16 * 2 = 32 >>
			14 * 2 = 28	28 * 2 = 56 >>
	11 * 2 = 22	22 * 2 = 44 >>		

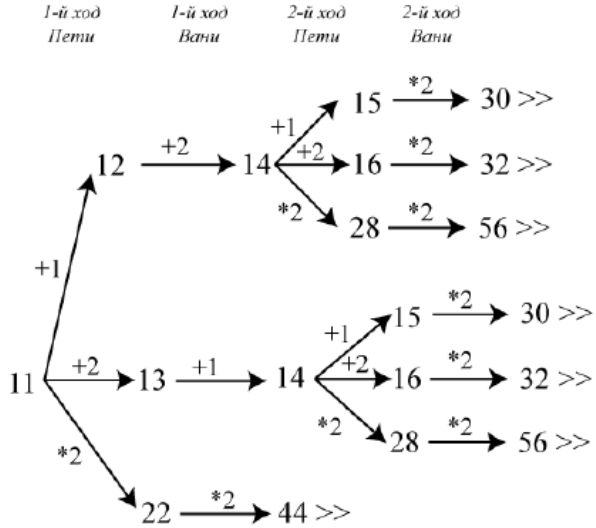


Рис. 1. Дерево всех партий, возможных при описанной стратегии Вани. Ходы Пети показаны пунктирными стрелками, ходы Вани показаны сплошными стрелками. Заключительные позиции обозначены знаком $>>$.

27. На вход программе подается текст заклинания, состоящего не более чем из 200 символов, заканчивающийся точкой (символ «точка» во входных данных единственный). Оно было зашифровано юным волшебником следующим образом. Сначала волшебник определил количество букв в самом коротком слове, обозначив полученное число K (словом называется непрерывная последовательность латинских букв, слова друг от друга отделяются любыми другими символами, длина слова не превышает 20 символов). Затем он заменил каждую латинскую букву в заклинании на букву, стоящую в алфавите на K букв ранее (алфавит считается циклическим, то есть перед буквой A стоит буква Z), оставив другие символы неизменными. Строчные буквы при этом остались строчными, а прописные — прописными. Требуется написать программу на языке Паскаль или Бейсик, которая будет выводить на экран текст расшифрованного заклинания. Например, если зашифрованный текст был таким:

Zb Ra Ca Dab Ra,
то результат расшифровки должен быть следующим:
Bd Tc Ee Fed Tc.

Пояснение.

Программа читает входные данные, сразу подсчитывая минимальную длину встречающихся слов. За второй проход исходных данных производится замена букв латинского алфавита и печать расшифрованного сообщения.

Пример правильной и эффективной программы на языке Паскаль:

```
var f:boolean;  
i, k, min: integer;  
c,neww:char;  
s : string;  
begin  
s := '';  
min:=250; k:=0;  
f:=false;  
repeat
```

```

read(c);
s:=s+c;
if f then {слово началось}
if c in ['a'.. 'z', 'A'.. 'Z' ]
then k:=k+1
else begin
if k < min then min:=k;
f:=false end
else {f=false}
if c in [ 'a'.. 'z ' , 'A'.. ' Z' ]
then begin f:=true; k:=1 end
until c='.';
for i:=1 to length(s) do
begin
cnew:=chr(ord(s[i])+min);
case s[i] of
'a'..'z':if cnew>'z' then write(chr(ord(cnew)-26))
else write(cnew);
'A'..'Z':if cnew>'Z' then write(chr(ord(cnew)-26))
else write(cnew);
else write(s[i])
end;
end;
readln
end.

```

Пример правильной программы на языке Бейсик:

```

DIM i, j, min, k, f, a (26) AS INTEGER
DIM s AS STRING
INPUT s
i = 1
k = 0
min = 250
f = 0
WHILE NOT (MID$(s, i, 1) = ".")
c$ = MID$(s, i, 1)
IF f = 1 THEN
IF (c$ >= "A") AND (c$ <= "Z") OR
(c$ >= "a") AND (c$ <= "z") THEN
k = k + 1
ELSE IF k < min THEN min = k
f = 0
ENDIF
ELSF.
IF (c$ >= "A") AND (c$ <= "Z") OR
(c$ >= "a") AND (c$ <= "z") THEN
f = 1 : k = i
ENDIF
ENDIF i = i + 1
WEND
IF k < min THEN min = k
FOR j = 1 TO i
cnew$ = CHR$(ASC(MID$(s, j, 1)) + min) IF (MID$(s, j, 1) >= "a") AND (MID$(s, j, 1)

```

```

<= "z") THEN
IF cnew$ > "z" THEN
PRINT (CHR$(ASC(cnew$) - 26));
ELSE PRINT cnew$;
ENDIF
ELSE
IF (MID$(s, j, 1) >= "A") AND (MID$(s, j, 1)
<= "Z") THEN
IF cnew$ > "Z" THEN
PRINT (CHR$(ASC(cnew$) - 26));
ELSE PRINT cnew$;
ENDIF
ELSE
PRINT MID$(s, j, 1);
ENDIF
ENDIF
NEXT j
END

```

Ключ

№ п/п	№ задания	Ответ
1	410	4
2	9752	zxy
3	1017	1
4	4679	4
5	4548	1
6	1236	1
7	11303	54
8	3250	32
9	5447	2
10	3694	АААОА
11	5394	19
12	9196	224
13	1906	24
14	10477	8998
15	10505	18
16	8664	5
17	3438	9600
18	4715	2
19	4551	2
20	9770	120
21	5882	15
22	6786	89
23	3588	0011